

**Открытая олимпиада
Север-Кавказского федерального университета среди
обучающихся образовательных организаций «45 параллель»**

ПО МАТЕМАТИКЕ

Дата проведения 07.04.2024

ФИО участника (полностью) Мукадмиба Ешена Мурадовна

Дата рождения 14.10.2006

Класс 11

Школа № СУМЦ СКФУ район _____ город Ставрополь

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета) о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады **обязан:**

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается:**

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени,

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

М. Ешена

(подпись участника олимпиады)

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы ответов скрепить!

~ 11.3

$$\begin{cases} y + \sqrt{y-3x} + 3x = 12 \\ y^2 + y - 3x - 9x^2 = 144 \end{cases}$$

отсюда
 $y - 3x \geq 0$
 $y \geq 3x$

Пусть $\sqrt{y-3x} = n \geq 0$, $y + 3x = k$, тогда

$$\begin{cases} k + n = 12 \\ n^2 k + n^2 = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 12 - n & (1) \\ n^2 (12 - n) + n^2 = 144 & (2) \end{cases}$$

Решим (2) уравнение

$$n^2(12-n) + n^2 = 144$$

$$12n^2 - n^3 + n^2 = 144$$

$$n^3 - 13n^2 + 144 = 0$$

$$(n-4)(n^2 - 9n - 36) = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 36 = 225 = 15^2$$

$$n_1 = \frac{9-15}{2} = -3$$

$$n_2 = \frac{9+15}{2} = 12$$

$$(n-4)(n+3)(n-12) = 0$$

$$\begin{cases} n = 4 \\ k = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = -3 \\ k = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = 12 \\ k = 0 \end{cases}$$

не удовл
усл $n \geq 0$
 \Leftrightarrow

$$\begin{cases} \sqrt{y-3x} = 4 \\ y + 3x = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{y-3x} = 12 \\ y + 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y - 3x = 16 \\ y + 3x = 8 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y - 3x = 144 \\ y + 3x = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Решим (1) отдельно

$$\begin{cases} y - 3x = 16 \\ y + 3x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 8 - 3x - 3x = 16 \\ y = 8 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = 12 \end{cases}$$

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы ответов скрепить!

Решим (2) отдельно

$$\begin{cases} y - 3x = 144 \\ y + 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x - 3x = 144 \\ y = -3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -24 \\ y = 72 \end{cases}$$

и тогда:

$$\begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -24 \\ y = 72 \end{cases}$$

Ответ: $(-24; 72) \cup (-\frac{4}{3}; 12)$

+ 105.

~ 11.4.

$$\sin \frac{x}{x^2+1} + \frac{x^2+1}{x} \cos \frac{x}{x^2+1} > 0$$

Пусть $\frac{x}{x^2+1} = t$, $\left(\frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{t}\right)$, $t \neq 0$, тогда

$$\sin t + \frac{1}{t} \cos t > 0$$

Рассмотрим случаи $t \in I$ четверти

1) $x > 0$, значит t принимает положительное значение, когда $\sin t > 0$, $\cos t > 0$ и $\frac{1}{t} > 0$, а значит неравенство при таких значениях x выполняется верно

2) $x < 0$, значит t принимает отрицательные значения $\sin t < 0$, $\cos t > 0$ и $\frac{1}{t} < 0$, значит неравенство представит собой систему, ~~которая не имеет решений~~

~~и не выполняется~~ а значит всегда отрицательна и в этом случае не

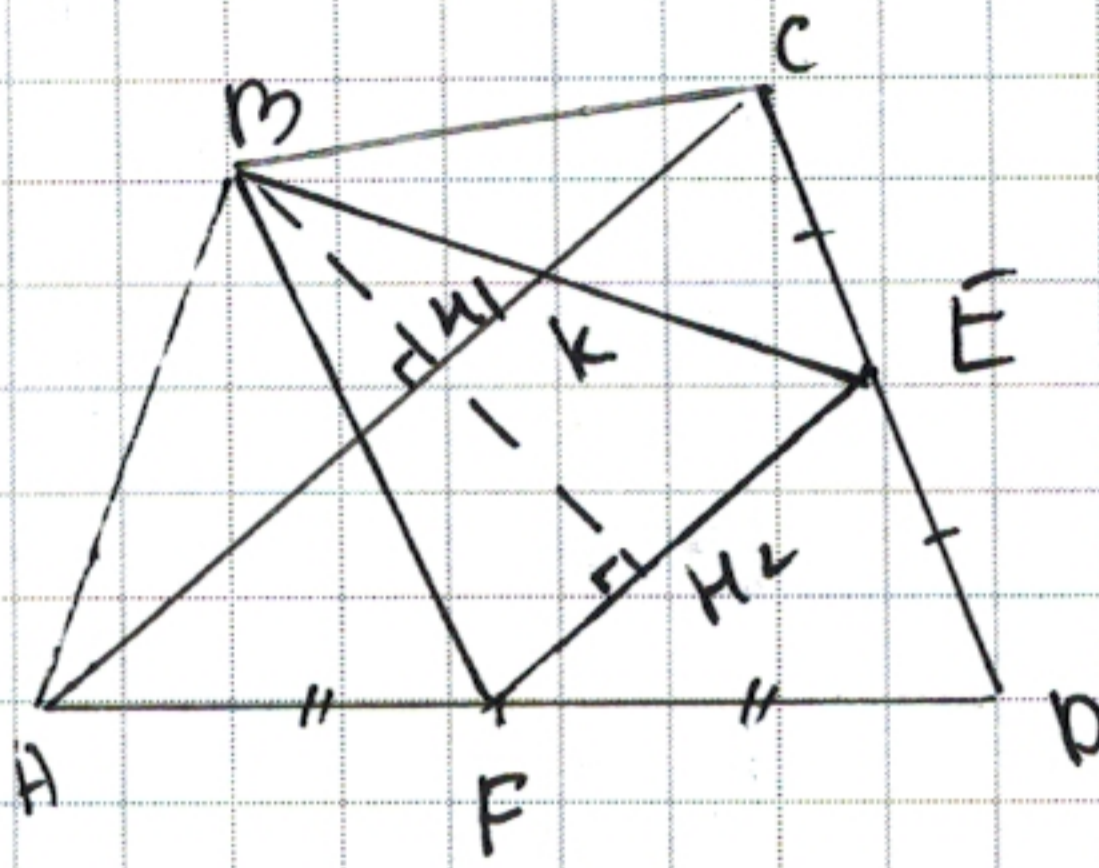
Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы ответов скрепить!

увинетая верннши

Ответ: $x \in (0; +\infty)$

+ 105.

~ 11.2.



Дано: ABCD - четырёхугольник, E и F - середины CD и AD соответственно, K - точка пересечения AC и BE
 $S_{ABC} = 2024$.

Найти: S_{KFB} .

Решение

Проведём EF - среднюю линию в ADC

$$\frac{S_{\triangle BKF}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{|BK|}{|BE|}$$

, т.к. высоты, опущенные из вершины F совпадают. $EF:HC = |BE|:|BK|$

Проведём высоты из вершины B. $BK_1 \perp AC$, $BK_2 \perp FE$. Находим площади $\triangle BEF$ и $\triangle ABC$.

$\triangle ABC$.

$$S_{\triangle BEF} = \frac{|EF| \cdot |BK_2|}{2} = \frac{1}{2} \frac{|BE|}{|BK_1|} \cdot \frac{|AC| \cdot |BK_1|}{2} = \frac{1}{4} \frac{|BE|}{|BK_1|} |AC| \cdot |BK_1|$$

т.к.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BK_1| = 2024$$

следова-

$$S_{\triangle KFB} = 1012$$

Ответ: $S_{\triangle KFB} = 1012$

+ 105

~ 11.1

Пусть s - кол-во супружеских пар, d - кол-во детей. На каждую супружескую пару приходится от 1 до 10 детей, следовательно $d \leq 10s$

Общее кол-во способов задается следующим образом: $d(s-2)(s-1) = 3630$, где $(s-1)$ -

