

**Открытая олимпиада
Север-Кавказского федерального университета среди
обучающихся образовательных организаций «45 параллель»**

ПО МатематикеДата проведения 07.04.2024ФИО участника (полностью) Сюржиков Дарья СергеевнаДата рождения 09.05.2006Класс 11Школа № 30

район _____

город Ставрополь

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета) о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады **обязан:**

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается:**

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени,

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен



(подпись участника олимпиады)

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы ответов скрепить!

1. Пусть x - количество выбранных детей из y семей. По условию задали выбранные мама и папа из разных семей, тогда $x \cdot (y-1) \cdot (y-2) = 3630$. Сказано, что в каждой семье от 1 до 10 детей, следовательно $x \in \{y; 10 \cdot y\}$. $3630 = 121 \cdot 30 = 11 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$.

Выбор множества должен содержать 2 попарно различных числа и состоять из 3-х элементов $3630 = 11 \cdot 10 \cdot 33$. В таком случае, $y = 12$, а $x = 33$, это удовлетворяет условию $x \in \{y; 10 \cdot y\}$. Максимальный ответ: 33. Все количество детей будет при минимальном количестве мам и пап. Докажу, что 33 - первое и максимальное пороговое число.

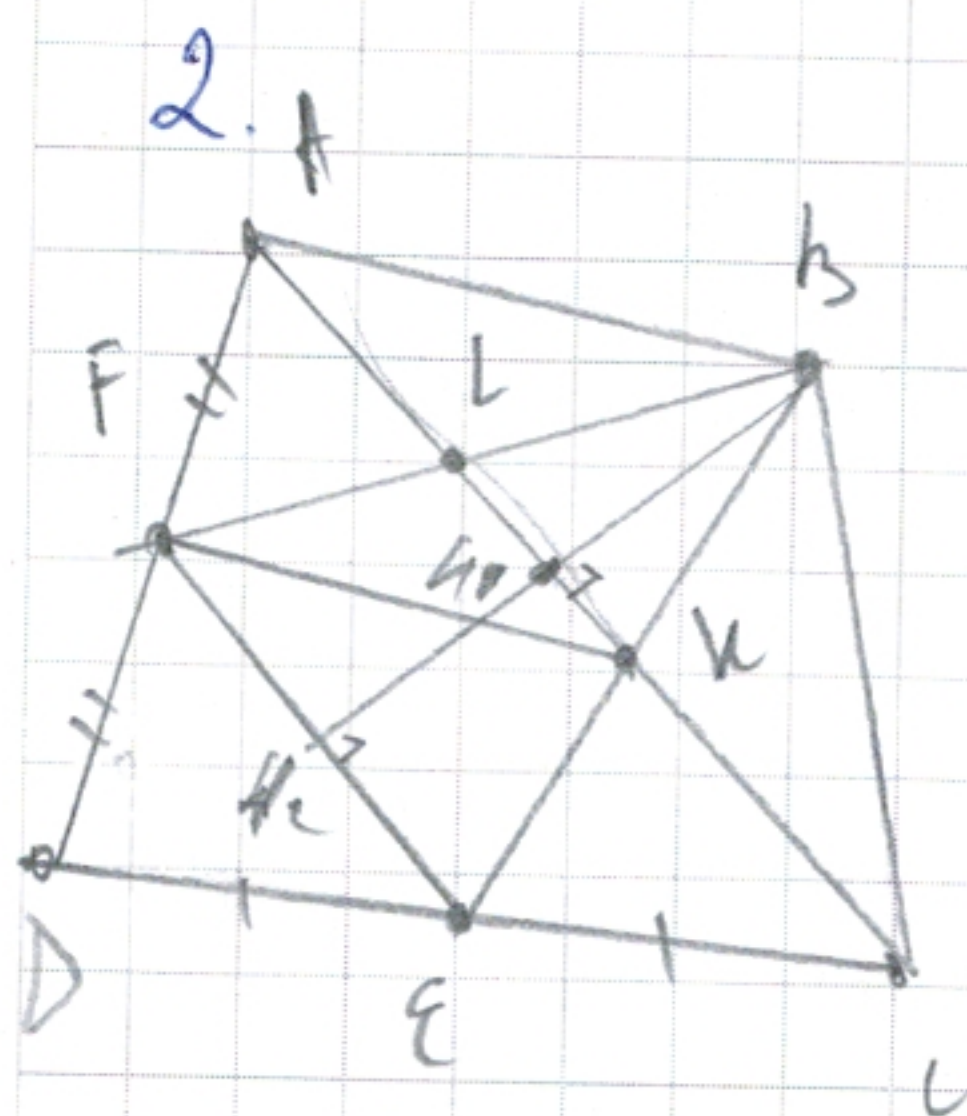
1. $2 \cdot 3 \cdot 605 = 3630$; $y = 4$ $x > 10 \cdot y$

2. $6 \cdot 5 \cdot 121 = 3630$; $y = 7$ $x > 10 \cdot y$

3. $11 \cdot 10 \cdot 33 = 3630$; $y = 12$ $x \in \{y; 10 \cdot y\} \Rightarrow 33$ - макс. кол-во детей.

Ответ: 33

100



Доказано: ABCD - выпуклый четырехугольник.

$AF = FD$; $DE = EC$

$S_{\triangle ABC} = 2024$

Найти: $S_{\triangle KFB}$

Решение:

1) FE - средняя линия $\triangle ADC \Rightarrow FE = \frac{1}{2} AC$; $FE \parallel AC$.

2) $\triangle BFE \sim \triangle BLK$ по 3-им углам ($\angle BLK = \angle BFE$ и $\angle BKL = \angle BEF$ как соответственные при $FE \parallel AC$ и BF и BE секущих, $\angle B$ - общий). Проведем высоту BL_1 и BL_2 в $\triangle BLK$ и $\triangle BFE$ соответственно. Точки L_1 и L_2 лежат на одной прямой, т.к. $LK \parallel FE$. Для удобства обозначим $BL_1 = h_1$; $BL_2 = h_2$.

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы ответов скрепить!

$$3) S_{\Delta KFB} = S_{\Delta FBE} - S_{\Delta FEK}. S_{\Delta FBE} = \frac{1}{2} FE \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot h_2. S_{\Delta FEK} = \frac{1}{2} FE \cdot (h_2 - h_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} AC (h_2 - h_1)$$

$$4) S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC h_2; S_{\Delta LK} = \frac{1}{2} LK \cdot h_2 \Rightarrow \frac{S_{\Delta LK}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\frac{1}{2} LK \cdot h_2}{\frac{1}{2} AC \cdot h_2} = \frac{LK}{AC}$$

$$5) S_{\Delta KFB} = \frac{1}{4} AC \cdot h_2 - \frac{1}{4} AC \cdot (h_2 - h_1) = \frac{1}{4} AC (h_2 - h_2 + h_1) = \frac{1}{4} AC h_1 = \frac{S_{\Delta ABC}}{2}$$

$$S_{\Delta KFB} = \frac{2024}{2} = 1012$$

Ответ: 1012 105

$$3. \begin{cases} y + \sqrt{y-3x} + 3x = 12 & y \geq 3x \\ y^2 + y - 3x - 9x^2 = 144 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 3x + \sqrt{y-3x} = 12 \\ y^2 - 9x^2 + y - 3x = 144 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y + 3x + \sqrt{y-3x} = 12 \\ (y-3x)(y+3x) + y-3x = 144 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 3x + \sqrt{y-3x} = 12 \\ y - 3x - 144 + (y-3x)(y+3x) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u = \sqrt{y-3x} & u \geq 0 \\ v = y + 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} v + u = 12 & v = 12 - u \\ u^2 - 144 + u^2 \cdot v = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Приведем уравнение (2) к виду $(u-12)(u+12) + u^2(12-u) = 0$

$$(u-12)(u+12) - u^2(u-12) = 0$$

$$(u-12)(u+12 - u^2) = 0$$

$$u_1 = 12 \quad \text{или} \quad u^2 - u - 12 = 0$$

$$v_1 = 0$$

$u_2 = 4 \quad u_3 = -3$ - не подходит по определению

$$\begin{cases} \sqrt{y-3x} = 12 \\ y + 3x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y - 3x = 144 \\ \sqrt{y-3x} = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} -9x = 144 \\ x_1 = -16 \Rightarrow y_1 = 48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{y-3x} = 4 \\ y + 3x = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 8 - 3x \\ \sqrt{8 - 3x - 3x} = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 8 - 9x = 16 \\ -9x = 8 \\ x_2 = -\frac{8}{9} \\ y_2 = \frac{32}{3} \end{cases}$$

Ответ: $(-16, 48), (-\frac{8}{9}, \frac{32}{3})$

95