

**Открытая олимпиада  
Север-Кавказского федерального университета среди  
обучающихся образовательных организаций «45 параллель»**

ПО математике

Дата проведения 7.04.2024

ФИО участника (полностью) Обласов Георгий Павлович

Дата рождения 11.09.2007.

Класс I курс (10 класс)

Школа № СКС им. В.А. Петрова район \_\_\_\_\_ город Ставрополь

**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета) о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

*предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.*

**Оформление работы**

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

**Внимание!** Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

**Правила поведения**

Участник очного тура олимпиады **обязан:**

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

**Внимание.** Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается:**

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

**Внимание.** За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени,

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

Обласов

(подпись участника олимпиады)

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы ответов скрепить!

### Задача 1.

Используем метод шаров и перегородок. У нас есть 40 человек стоящих по росту (40 шаров), их необходимо разбить на 4 подгруппы, то есть поставить три перегородки. Число способов поставить три перегородки в 39 промежутков между шарами найдем по формуле:

$$C_{39}^3 = \frac{39!}{(39-3)! \cdot 3!} = \frac{39 \cdot 38 \cdot 37}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 13 \cdot 19 \cdot 37 = 9139$$

Ответ: 9139 способов.

### Задача 2.

Найдем наименьшее возможное значение знаменателя. Применим неравенство Коши.

$$(1+x) \cdot (x+y) \cdot (y+z) \cdot (z+16) = \left(1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{y}{2} + \frac{y}{2}\right) \cdot \left(y + \frac{z}{2} + \frac{z}{2}\right) \cdot (z+8+8) \geq 3 \sqrt[3]{\frac{x^2}{4}} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{xy^2}{4}} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{y^2z^2}{4}} \cdot 3 \sqrt[3]{64z} = 81xyz.$$

$$\frac{xyz}{(1+x) \cdot (x+y) \cdot (y+z) \cdot (z+16)} \leq \frac{xyz}{81xyz} = 81$$

Ответ: наибольшее возможное значение выражения равно 81.

### Задача 3.

$$N = 10^{2024} = 2^{2024} \cdot 5^{2024}$$

Натуральные делители числа  $N$ , являющиеся наименьшими квадратами, должны иметь вид

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы ответов скрепить!

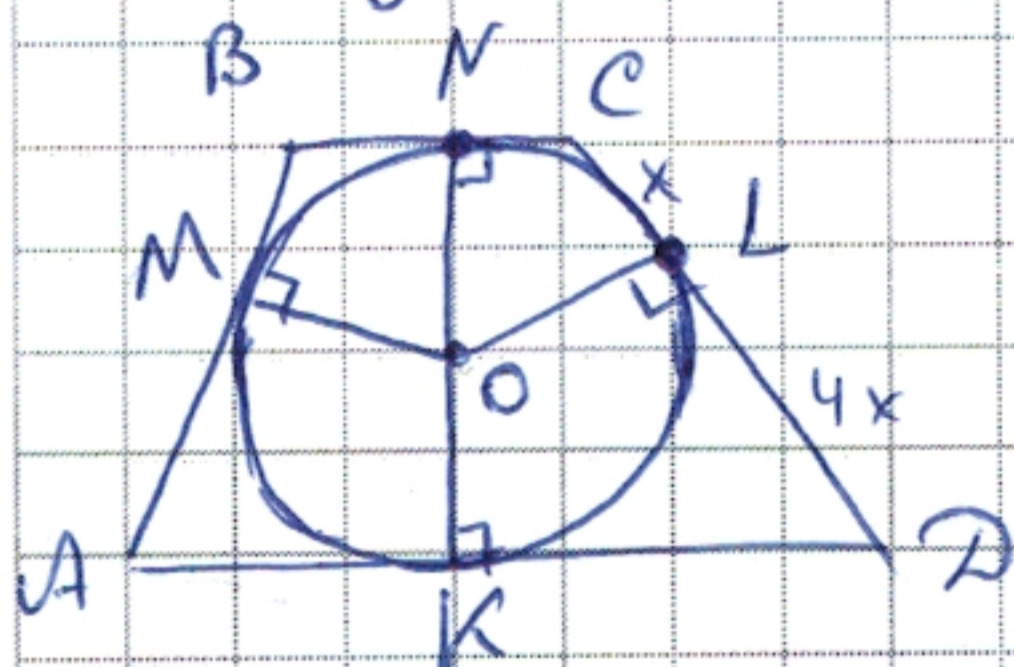
степень 2 и 5 входящих в их разложение на простые множители. Найдите сколько чисел имеющих четную степень 2 или 5 в разложении на простые множители.

$$2^0, 2^2, 2^4, \dots, 2^{2022}, 2^{2024}; 5^0, 5^2, 5^4, \dots, 5^{2022}, 5^{2024}$$

В каждой группе по 1013 элементов. Каждый делитель числа  $N$ , являющийся полным квадратом в своем разложении будет содержать одно число из первой группы, и одно из второй. Значит таких делителей будет  $1013 \cdot 1013$ .

Ответ:  $1013^2$  делителей.

#### Задача 4



$$BC = 9, \quad CD = 30$$

$$x + 4x = 30, \quad x = 6, \quad CL = 6, \quad LD = 24$$

$$CN = CL = 6, \quad BN = BC - NC = 9 - 6 = 3 = BM$$

$$LD = KD = 24.$$

$\triangle COD$  прямоугольный ( $CO$  и  $OD$  биссектрисы).

$$OL^2 = CL \cdot LD = 6 \cdot 24 = 12^2, \quad OL = 12, \quad NK = 24.$$

$\triangle BOA$  прямоугольный ( $BO$  и  $OA$  биссектрисы)

$$OM^2 = BM \cdot MA, \quad MA = \frac{12^2}{3} = 48 = AK, \quad AD = 72$$

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot NK = \frac{72 + 9}{2} \cdot 24 = 81 \cdot 12 = 972.$$

Задача 5. (не получилось)